Emmanuel WAGNER

Curriculum Vitae

9 avenue Alain Savary
21078 Dijon FRANCE
☎ *+33 (0)9 80 39 58 54*
✉ *emmanuel.wagner@u-bourgogne.fr*
http://wagner.perso.math.cnrs.fr

Postes occupés - diplômes

2016 **Habilitation à diriger des recherches**
Mémoire: *From categorification to topology: there and back again*, soutenue le 24/11/2016
Jury : S. Baseilhac, A. Beliakova, C. Blanchet, L. Funar, L. Paris

2009–.. **Maître de conférence à l'Université de Bourgogne**
Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR CNRS 5584
Équipe Géométrie et Systèmes Dynamiques, Section CNU 25
Titulaire de la PES/PEDR depuis 2012
Accueil en délégation CNRS (6 mois en 2013, 6 mois en 2014)
CRCT (6 mois en 2017)

2008–2009 **Post-doc à l'université d'Aarhus**
Center for the Topology and Quantization of Moduli spaces, Aarhus.

2007–2008 **ATER à l'université de Strasbourg**

2004-2007 **Thèse à l'université de Strasbourg**
Thèse: *Sur l'homologie de Khovanov-Rozansky des graphes et des entrelacs*, soutenue le 04/12/2007
Directeur : V. Turaev. Jury : C. Blanchet, B. Enriquez, C. Kassel, P. Turner.

Responsabilités administratives et collectives.

- Membre de la CALECHE (commission pour les promotions locales), juillet 2017.
- Membre de la CFVU et du conseil académique de l'Université de Bourgogne depuis mars 2016.
- Membre de la commission Pédagogie de l'Université de Bourgogne depuis mars 2016.
- Membre du Conseil Scientifique (puis Conseil académique et Commission Recherche) de l'Université de Bourgogne de décembre 2012 à février 2016.
- Membre du conseil de laboratoire de l'Institut de Mathématiques de Bourgogne depuis avril 2012.
- Membre du bureau de la commission de proposition de l'Institut de Mathématiques de Bourgogne depuis décembre 2011.

Publications

Articles de revue

1. *Extensions of some classical local moves* , avec B. Audoux , P. Bellingeri et J-B. Meilhan. accepté pour publication à Michigan Mathematical Journal.
2. The HOMFLYPT polynomials of sublinks and the Yokonuma-Hecke algebras, avec L. Poulain d'Andecy, accepté pour publication à Proceedings of the Royal Society of Edimburg A.
3. *On codimension two embeddings up to link–homotopy*, avec B. Audoux et J-B. Meilhan, J.Top., (4) 10 (2017), 1107–1123
4. *Homotopy classification of welded string links and ribbon tubes*, avec B. Audoux , P. Bellingeri et J-B. Meilhan, Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5) 17 (2017), no. 2, 713–761.
5. *Categorical action of the extended affine braid group of type A*, avec A. Gadbled et A-L. Thiel, Commun. Contemp. Math. 19 (2017), no. 3, 1650024, 39 pp.

6. *On Usual, Virtual and Welded knotted objects up to homotopy*, avec B. Audoux , P. Bellingeri et J-B. Meilhan, J. Math. Soc. Japan 69 (2017), no. 3, 1079–1097.
7. *A cubic defining algebra for the Links-Gould invariant* , avec I. Marin. Advances in Mathematics, Volume 248, 25, (2013), 1332-1365.
8. *A remark on BMW algebra, q-Schur algebras and categorification* avec P. Vaz. Canadian Journal of Mathematics, 66 (2014), no. 2, 453-480.
9. *Skein modules of singular links in the three-space*, avec L. Paris. Journal of Knot Theory and Its Ramifications 22 (2013), No. 2.
10. *The homology of digraphs as a generalisation of Hochschild homology*, avec P. Turner. J. of algebra and its applications 11, 2 (2012).
11. *Khovanov-Rozansky homology for embedded graphs*. Fundamenta Mathematicae 214 (2011), 201–214.
12. *On link homology theories and extended cobordism*, avec A. Beliakova. Quantum Topol. 1 (2010), no. 4, 379–398.
13. *Grid diagrams and Khovanov homology*, avec J-M. Droz. Algebraic and Geometric Topology. 9, 3 (2009).
14. *Khovanov-Rozansky graph homology and composition product*. J. Knot. Theory. Ramifications. 17, 12 (December 2008)

Prépublications

15. *On the Markov traces of the BMW algebra*, avec I. Marin. prépublication (46 pages), arXiv math.GT/1403.4021.
16. *A closed formula for the evaluation of $\mathfrak{sl}_n$-foams* , avec L-H. Robert prépublication (50 pages) soumise, arXiv math.QA/1702.04140
17. *Symmetric Khovanov–Rozansky link homologies* , avec L-H. Robert prépublication (69 pages) soumise, arXiv math.GT/1801.02244
18. *Inductive basis on Birman-Murakami-Wenzl algebras and (transverse) Markov traces*, avec L. Poulain d'Andecy et A-L. Thiel prépublication (31 pages) soumise, arXiv math.GT/1711.08670

Domaine de recherche

Je travaille dans le domaine de la topologie quantique et de la théorie des nœuds. Je m'intéresse plus particulièrement au processus de catégorification en topologie de basse dimension et de manière plus générale à l'interaction de l'algèbre et de la topologie. Je travaille à la fois sur l'étude de l'interprétation topologique de certains invariants définis de manière purement combinatoire et algébrique, mais aussi à de nouvelles constructions algébriques d'invariants en utilisant de la théorie des représentations ou de l'algèbre homologique.

Encadrements.

Encadrements de thèse.

1. *Co-encadrement de la thèse de B-M. Kohli*, Université de Bourgogne.
Co-encadrant P. Schauenburg, Dijon. B-M. Kohli a soutenu sa thèse en novembre 2016.
Les résultats principaux de la thèse de B-M. Kohli sont des preuves de conjectures dûes à De Wit-Ishii-Links reliant l'invariant de Links-Gould, un invariant d'entrelacs construit à partir de représentations d'un (super) groupe quantique et un invariant classique de la topologie de basse dimension et de la théorie des nœuds, le polynôme d'Alexander. Ses résultats ont permis à B-M. Kohli de proposer des conjectures tissant un lien étroit entre l'invariant de Links-Gould d'un nœud et la topologie du complémentaire du nœud. Celles-ci généralisent naturellement des propriétés similaires du polynôme d'Alexander (inégalité entre le degré de l'invariant et le genre du nœud, obstruction au caractère fibré d'un nœud).
Ses résultats et ses conjectures s'inscrivent dans le cadre de la compréhension de la nature topologique et géométrique des invariants quantiques comme par exemple la conjecture du Volume ou la conjecture de Melvin-Morton-Rozansky (démontrée par Bar-Natan et Garoufalidis).
La thèse a donné lieu à trois papiers publiés ou acceptés pour publication (JKTR, Experimentals Mathematics, Proceedings of the AMS)
2. *Co-encadrement de la thèse de C. Damiani*, Université de Caen Basse Normandie.
Codirecteur: P. Bellingeri, Caen. Soutenue en septembre 2016.
C. Damiani a travaillé sur les entrelacs soudés et les surfaces rubans en dimension 4. Elle a en particulier clarifié les diverses interprétations du groupe de tresses soudées (groupe de difféotopie, groupe fondamental d'espace de configuration, groupe présenté, diagrammatiques). Elle a étendu un foncteur de type Alexander à ce cadre, plus précisément aux enchevêtrements de surfaces rubans.
La thèse a donné lieu à trois articles (un article à JKTR, un article à Expositiones Mathematicae, un article accepté au Journal of the Mathematical Society of Japan).
C. Damiani est en post-doc au Japon avec S. Kamada depuis octobre 2016.

Encadrements de mémoires de Master.

Depuis mon arrivée à Dijon, j'ai eu l'occasion d'encadrer plusieurs mémoires en Master de mathématiques première année; certains étaient des mémoires classiques avec des étudiants qui se destinaient ensuite à un Master 2 Recherche en Mathématiques (Introduction à la théorie des nœuds (2011), Algèbre de Hecke et traces de Markov (2016)), d'autres avec des étudiants qui se destinaient à une préparation à l'agrégation (Introduction à la Géométrie Projective (2010), Construction à la règle et au compas (2010)) et enfin des mémoires de divulgation avec des étudiants inscrits dans le cadre d'une préparation au CAPES (De la théorie des nœuds en mathématiques à l'ADN (2012), A propos du troisième problème de Hilbert (2015)).

J'ai aussi encadré des mémoires au niveau Master seconde année dans le cadre de la préparation á l'agrégation visant à approfondir certaines thématiques en vue de développements pour des leçons d'oral (Introduction à la théorie de représentation des groupes de Lie compact (2015), Action de groupes (2015), Autour de la loi de reciprocité quadratique (2017)).

J'ai aussi encadré des mémoires de M2 de type recherche, l'un sur les modules d'écheveaux des variétés de dimension 3 (Dijon, 2012), un autre sur le polynôme d'Alexander et l'invariant de Links-Gould (Paris 7, 2013) et un dernier sur les SL_2-représentations en lien avec les groupes de noeuds et les modules d'écheveaux (coencadrement avec C. Maire, Besançon, 2017)

Animation de la recherche.

Organisation de colloques et séminaires.

1. *WinterBraids VIII* avec B. Audoux, P. Bellingeri, V. Florens et J-B. Meilhan. Il s'agit de la huitième édition de l'école d'hiver WinterBraids au CIRM en février 2018. Nous avons eu 83 participants. Les cours ont été donnés par C. Amiot (Grenoble), M. Boileau (Marseille), T. Brendle (Glasgow), D. Gay (Georgia).

2. *Current topics in the theory of algebraic groups* avec R. Bignalet-Cazalet, A. Dubouloz, D. Faenzi, L. Moser-Jauslin et R. Terpereau. Il s'agit de l'école d'été du GDR TLag qui a eu lieu à Dijon en juillet 2017. Les cours ont été donnés par M .Geck (Stuttgart), A. Knutson (Cornell), I . Losev (Northeastern), A. Moreau (Poitiers) et B. Pasquier (Montpellier).
3. *WinterBraids VII* avec P. Bellingeri, V. Florens et J-B. Meilhan. Il s'agit de la septième édition de l'école d'hiver WinterBraids à Caen en février 2017. Nous avons eu 65 participants. Les cours ont été donnés par J. Porti (Barcelone), J. McCammond (Santa Barbara), D. Rolfsen (Vancouver), V. Vertesi (Strasbourg).
4. *Interacting Algebraic Geometry* avec A. Dubouloz, D. Faenzi, J. Nagel et A-L. Thiel à Dijon en juillet 2016. Les mini-cours ont été donnés par N. Addington (Oregon), E. Letellier (Paris), C. Vial (Cambridge).
5. *WinterBraids VI* avec P. Bellingeri, A. Bodin, V. Florens et J-B. Meilhan. Il s'agissait de la sixième édition de l'école d'hiver WinterBraids à Lille en février 2016. Nous avons eu 75 participants. Les cours ont été donnés par M. Borodzic (Varsovie), R. Kashaev (Genève), S. Sakasai (Tokyo) et P. Popescu-Pampu (Lilles)
6. *WinterBraids V* avec P. Bellingeri, V. Florens et J-B. Meilhan. Il s'agissait de la cinquième édition de l'école d'hiver WinterBraids à Pau en février 2015. Nous avons eu 50 participants. Les cours ont été donnés par F. Costantino (Toulouse), P. Dehornoy (Grenoble), J. Gonzalez-Meneses (Seville) et T. Kitano (Tokyo).
7. *WinterBraids IV* avec P. Bellingeri, V. Florens et J-B. Meilhan. Il s'agissait de la quatrième édition de l'école d'hiver WinterBraids à Dijon en février 2014. Nous avons eu 65 participants. Les cours ont été donnés par B. Audoux (Marseille), D. Cimasoni (Genève), L. Paris (Dijon) et N. Salepci (Lyon).
8. J'ai aussi organisé avec L. Paris et R. Uschirobira deux rencontres de deux jours chacunes à Dijon (Journées d'algèbres (2010), Groupes d'Artin, autormorphismes et questions liées (2009)).

Organisation de séminaire.

J'ai organisé avec O. Couture le séminaire de Géométrie et Systèmes Dynamiques durant trois ans de septembre 2012 à juin 2015 .

Organisation de groupe de travail.

J'ai organisé avec Daniele Faenzi à l'IMB lors de l'année scolaire 2015-2016 un groupe de travail sur les actions catégoriques du groupe de tresses. (http://dfaenzi.perso.math.cnrs.fr/gdt/braid.html) dont le but était d'étudier le lien entre les twists sphériques de Seidel-Thomas, les mutations des séquences exceptionnelles et les représentations de tresses dans des groupes d'automorphismes polynomiaux. Ce groupe de travail a donné lieu à un projet accepté au Hausdorff Mathematical Institute for Research à Bonn dans le cadre du programme thématique sur la théorie des représentations et la géométrie symplectique (automne 2017). Il se poursuivera encore en juin 2018 par l'organisation à Dijon d'un Workshop autour de ces thèmes.

Cours spécialisés.

1. En juin 2013 j'ai donné un mini-cours sur l'homologie de Khovanov au LLN Short-Course and Workshop on homotopy theory and categorification, Louvain-La-Neuve.
2. En décembre 2012 j'ai donné un cours à la troisième édition de l'école d'hiver *WinterBraids* à Grenoble sur la catégorification de la représentation de Burau.

Exposés.

Exposés à des colloques et conférences.

1. *Foams and categorification.* TQFT and categorification, Cargese (avril 2018).
2. *Colored equivariant sl(N)-homology via foams.* Algebraic Structures in Topology and Geometry, Riederalp (janvier 2018).

3. *Categorification of MOY calculi I.* Workshop "Categorification, representation theory and symplectic geometry, Bonn (novembre 2017).
4. *Extending local moves to welded knotted object.* T-Days II, Caen (septembre 2016).
5. *Action catégorique du groupe de tresses affine étendu de type A*, 1 and 1/2 days on 2-categories and 3-manifolds, Montpellier (septembre 2016).
6. *Categorical action of the braid group of the annulus*, Workshop on Brauer Graph Algebras, Stuttgart (mars 2016).
7. *Markov traces on the BMW algebras.* Applied Representation Theory, Amiens (juillet 2015).
8. *Markov traces on the BMW algebras*, Diagram Algebras, Stuttgart (mars 2014).
9. *Skein modules of singular links in the three sphere.* Rolfsenfest, CIRM (juillet 2013).
10. *Alexander polynomial and enhanced Kauffman states*, Braids in Sevilla, Seville (juin 2011).
11. *On link homology theories from extended cobordisms*, Oporto Meeting on Geometry, Topology and Physics, Faro (juillet 2010).
12. *Variations around Khovanov homology*, Topologie algébrique et quantique, CIRM (avril 2010).
13. *Diagrammes rectangulaires, polynôme de Jones et homologie de Khovanov*, Rencontres Mathématiques de Glanon, Glanon (juillet 2009).
14. *Homologie de Khovanov*, Deuxième Rencontre Pau-Saragosse d'Algèbre et de Géométrie, Pau (mai 2009).
15. *Grid diagrams, Jones polynomial and Khovanov homology*, Knots in Washington, Washington (janvier 2009).

Exposés à des rencontres ANR ou des journées d'équipe.

- *Categorification of the Weyl and Heisenberg algebras (after Khovanov)*, Dijon-Bâle Seminar, Dijon (juin 2016).
- *Categorical action of the braid group of the annulus*, Rencontre ANR Vaskho, Marseille (juin 2015).
- *Le polynôme de Jones et le genre "slice" des nœuds*, Journée de l'équipe GSD, Dijon (janvier 2015).
- *Jaeger's expansion, BMW algebras and Schur algebras*, Rencontre ANR Vaskho, Caen (juin 2012).

Exposés à des séminaires.

- *TQFT trivalente et applications*, Paris 7 (novembre 2016), Clermont-Ferrand (février 2017), Nantes (mars 2017), Marseille (avril 2017), Lisbonnes (juin 2017), Tours (mars 2018).
- *Categorical action of the braid group of the annulus*, Reims (mars 2016)
- *Traces de Markov sur les algèbres BMW*, Paris 7 (novembre 2014), Montpellier (novembre 2014), Strasbourg (juin 2014).
- *Algèbre BMW, algèbre de Schur quantique et catégorification*, Paris 13 (janvier 2013).
- *Module d'écheveaux des entrelacs singuliers dans l'espace de dimension 3*, Dijon (décembre 2012), Grenoble (décembre 2011).
- *Alexander polynomial and enhanced Kauffman states*, Columbia (octobre 2011), Aarhus (avril 2009).
- *TQFT étendues et homologie d'entrelacs*, Caen (janvier 2010), Dijon (décembre 2009).
- *Diagrammes rectangulaires, polynôme de Jones et homologie de Khovanov*, Toulouse (mars 2009), Dijon (mars 2009), Paris 7 (mars 2009), Copenhagen (mars 2009).

Responsabilités scientifiques.

- Membre du jury de thèse de O. Geneste dirigée par Luis Paris (Dijon, 2016).
- Membre du jury de thèse de B. Cisneros de la Cruz dirigée par Luis Paris (Dijon, 2015).

- Membre du jury de thèse de Y. Shi dirigée par Chritian Bonatti (Dijon, 2014).
- Membre du jury de thèse de L-H. Robert dirigée par Christian Blanchet (Paris, 2013).
- Membre de comités de sélection : Dijon (MCF4368 et MCF4375 en 2016 et MCF4165 et MCF4166 en 2013) et Paris (MCF4120 en 2013).

Activités éditoriales.

J'édite depuis 2015 avec Paolo Bellingeri, Vincent Florens et Jean-Baptiste Meilhan les *Winter Braids Lecture Notes* qui regroupent les notes des cours des écoles d'hiver Winter Braids. Ces notes sont publiées dans le cadre du CEDRAM (http://www.cedram.org)

Bourses, Projets ANR, GDR.

- Membre du projet ANR JCJC Vaskho (2011-2016) porté par J-B. Meilhan.
- Bourse FABER de la région Bourgogne (2011-2012).
- Membre du GDR Tresses et topologie de basse dimension.
- Membre du GDR Singularité.

Activités d'enseignement.

Responsabilités collectives.

- Responsable d'une unité d'enseignement pour les physiciens et chimistes en L1 (Analyse S1 de 2011 à 2017, Algèbre S2 depuis 2017).
- Responsable des mémoires de M1 de septembre 2010 à juin 2014. Il s'agissait de collecter et répartir des sujets, d'organiser les soutenances et d'assurer le suivi entre les étudiants et les responsables.

Résumé des Enseignements

Licence A partir de 2009, j'ai enseigné à Dijon dans les filières scientifiques pour les physiciens, chimistes, informaticiens et électroniciens au niveau L1 d'abord dans le cadre de cours intégré puis en cours magistraux et travaux dirigés (Analyse réelle à une variable, Algèbre Linéaire) mais aussi en psychologie où j'ai donné un cours intégré en Statistique toujours pour les L1.
En outre je suis intervenu en Licence de Mathématiques L3 dans le cadre de deux travaux dirigés l'un sur la théorie de groupes et l'autre sur la géométrie et depuis cette année pour un cours d'algèbre linéaire et bilinéaire. Depuis cette année, j'interviens aussi au niveau L2 dans des travaux dirigés de géométrie dans un parcours mathématique et dans des travaux dirigés d'algèbre linéaire en économie.

Master Au niveau Master première année, en plus de la gestion des mémoires, je me suis occupé de travaux dirigés pour un cours de géométrie différentielle et un cours d'algèbre commutative.
La majeure partie de mon intervention en Master s'est faite dans le cadre du Master seconde année et de la préparation à l'agrégation. Je suis en charge avec Lucy Moser-Jauslin d'un cours de complément en algèbre et géométrie en vue de la préparation aux écrits du concours et j'ai de ce fait corrigé à plusieurs reprises des écrits blancs en mathématiques générales. En outre, je participe aussi à la préparation aux oraux en mathématiques générales en faisant passer aux étudiants des leçons.
Avant mon arrivée à Dijon j'avais déjà participé à une préparation au concours; c'était à Strasbourg, en donnant des travaux dirigés pour préparer des étudiants aux écrits du CAPES. J'ai aussi donné un cours plus spécialisé sur la théorie des nœuds lors de mon post-doctorat à Aarhus.

Détail des Enseignements

De 2009 à 2018 à Dijon.

- Cours L1 Algèbre linéaire pour les physiciens, chimistes, informaticiens et électroniciens (30h) depuis 2017.
- Cours L3 Algèbre linéaire et bilinéaire (36h) depuis 2017.

- Travaux dirigés en Géométrie L2 (34h) depuis 2017.
- Travaux dirigés en Algèbre linéaire L2 d'Economie (18h) depuis 2017.
- Cours intégrés L1 Analyse Réelle en une variable pour les phycisiens, chimistes, informaticiens et électroniciens (65h) de 2009 à 2017.
- Cours de préparation aux écrits de l'agrégation en mathématiques générales (31h) (2017-2018,2016-2017, 2015-2016, 2014-2015, 2011-2012).
- Préparation aux oraux d'agrégation en mathématiques générales (25h) (2014-2018).
- Cours intégré en psychologie L1 *Statistiques* (56h) (2009-2012).
- Travaux dirigés en *Géométrie différentielle* M1 (36h) (2009-2011).
- Travaux dirigés en *Calcul algébrique-Algèbre 1* M1 (34h)(2009-2015).
- Travaux dirigés en *Théorie des groupes* L3 (30h) (2014-2015).
- Travaux dirigés en *Géométrie* L3 (26h) (2014-2016).
- Travaux dirigés en *Algèbre linéaire* L1 (32h) (2014-2015).

De 2004 à 2009 à Strasbourg et Aarhus.

- Travaux dirigés de préparation aux écrits du CAPES en analyse à Strasbourg (2004-2008).
- Cours *Knots and Three Manifolds* à Aarhus (2008-2009).

Divulgation.

J'ai donné en 2006 un exposé pour le grand public dans le cadre du jardin des sciences à Strasbourg sur la théorie des nœuds et des tresses avec Thomas Aubriot. Cet exposé a donné lieu à une publication dans le journal de l'IREM de Strasbourg *L'Ouvert*. Plus récemment je suis intervenu une journée en 2016 avec Peggy Cenac au lycée de Semur-en Auxois pour un exposé dans une classe de seconde sur les arbres aléatoires et les dictionnaires. En avril 2017, j'ai donné un exposé sur la théorie des nœuds lors de la remise des prix du rallye mathématiques de Bourgogne.

Projet de Recherche

Domaine de recherche et résultats

Je travaille dans le domaine de la topologie quantique et de la théorie des nœuds. Je m'intéresse plus particulièrement au processus de catégorification en topologie de basse dimension et de manière plus générale à l'interaction de l'algèbre et de la topologie. Je travaille à la fois sur l'étude de l'interprétation topologique de certains invariants définis de manière purement combinatoire et algébrique, mais aussi à de nouvelles constructions algébriques d'invariants en utilisant de la théorie des représentations ou de l'algèbre homologique.

La présentation ci-dessous suit dans un premier temps le manuscript de mon HDR de très près (ceci correspond aux trois premières parties) et développe ensuite plus largement mes travaux récents avec Louis-Hadrien Robert sur la catégorification du calcul graphique pour les puissances extérieures et symétrique de la représentation naturelle du groupe quantique de type A, connu sous le nom de calcul de MOY.

1. **Topologie des surfaces en dimension quatre : des invariants quantiques des entrelacs à leur théorie d'homotopie.**

   La théorie des surfaces est intimement liée à la théorie des nœuds. C'est notamment dû au fait que l'on peut toujours construire une surface plongée dans l'espace de dimension trois bordant un nœud donné, la surface de Seifert, que dans certains cas il en existe de plus simple en poussant dans l'espace de dimension quatre, par exemple un disque ou en autorisant des surfaces immergées, par exemple des disques rubans.

   Je me suis intéressé à la question de savoir si le polynôme de Jones, le plus connu des invariants quantiques, donne des obstructions sur l'existence de tel ou tel type de surfaces bordantes. Il s'agit là d'un travail en cours avec Michael Eisermann. On étend un critère de divisibilité du polynôme de Jones pour les entrelacs bordants des disques rubans découvert par Michael Eisermann [11] aux cadres des entrelacs à n composantes bordant n disques dans l'espace de dimension quatre donnant ainsi une des premières relations entre invariants quantiques et surfaces plongées en dimension quatre.

   Théorème 1. *Si L est un entrelacs à n composantes qui bordent n disques disjoints dans la boule de dimension 4, alors son polynôme de Jones est divisible par celui de l'entrelacs trivial à n composantes.*

   Ce résultat repose sur une extension préalable aux cadres des enchevêtrements rubans ce qui permet aussi de donner un critère effectif dans le cas des nœuds.

   Dans un autre travail en cours avec Delphine Moussard, j'ai continué mon étude des liens entre les propriétés algébriques des invariants et les propriétés topologiques des objets. On étudie quand une sphère plongée dans $\mathbb{R}^4$ a un polynôme d'Alexander satisfaisant la condition de Fox-Milnor [21].

   Dans un travail en commun avec Benjamin Audoux, Paolo Bellingeri et Jean-Baptiste Meilhan [2] nous avons étudié les surfaces rubans en étudiant en particulier le cas d'un monoïde d'anneaux rubans plongés dans l'espace de dimension quatre, qui généralise le monoïde classique des enlacements d'intervalles. Nous en donnons en particulier une classification à homotopie préservant le caractère disjoint des composantes près (link-homotopie). Ce résultat généralise un résultat de Habegger et Lin [14] pour le monoïde classique des enlacements d'intervalles. Les objets considérés dans ce travail ont un lien très fort avec la théorie des objets soudés et permettent au passage de donner un cadre naturel à l'extension des invariants classiques de Milnor [20] aux cadres des entrelacs soudés.

   Ce travail a eu plusieurs suites avec les mêmes collaborateurs [3, 1]. Avec Benjamin Audoux et Jean-Bapstiste Meilhan nous avons obtenu la classification générale [4]:

Théorème 2. *[4] Les enlacements d'anneaux en dimension 4 sont classifiés à* link-homotopie *près par les invariants de Milnor.*

2. **Quotients cubiques du groupe de tresses et invariantx d'entrelacs.**

Le lien entre les tresses et les entrelacs est rendu effectif grâce à deux théorèmes classiques : le théorème d'Alexander qui permet toujours de présenter un entrelacs comme la clôture d'une tresse et le théorème de Markov qui précise quand deux tresses ont des clôtures isotopes en tant qu'entrelacs [8] . Ces théorèmes permettent d'algébriser la recherche d'invariants grâce à la construction de traces de Markov. C'est de cette manière que le polynôme de Jones est apparu initialement [15] comme trace de Markov sur l'algèbre de Temperley-Lieb. Cette stratégie a ensuite été reprise pour construire le polynôme de HOMFLY-PT [12] comme trace de Markov sur l'algèbre de Hecke. Les deux algèbres précédentes sont des quotients quadratiques de l'algèbre du groupe de tresses. La relation quadratique étant caractéristique de l'algèbre de Hecke et du polynôme de HOMFLY-PT tout est compris dans ce cas. Dans deux collaborations [18] [19] avec Ivan Marin, nous avons entrepris l'étude du cas cubique qui s'avère plus compliqué car la relation cubique ne suffit plus à avoir, pour tout nombre de brins, un quotient de dimension finie de l'algèbre du groupe de tresses, il faut à priori trouver d'autres relations.

Dans un premier travail avec Ivan Marin [18] nous avons défini et étudié un quotient de dimension finie provenant de l'invariant quantique de Links-Gould [17]. Cet invariant provient de la (super)-algèbre de Hopf $U_q(sl(2|1)$. Les algèbres de Hecke cubiques, pour un petit nombre de brins sont des déformations plates des algèbres de groupe de certains groupes de reflections complexes [7]. De plus, la R-matrice dans le cas considéré est explicite. Tout ceci nous a permis de faire des calculs par ordinateur et de trouver une relation supplémentaire sur quatre brins, satisfaite par l'invariant de Links-Gould. Nous avons démontré qu'avec cette nouvelle relation les quotients deviennent de dimension finie pour tout nombre de brins et nous avons entamé l'étude de ce nouveau quotient.

Il est à noter que l'on connaissait déjà un quotient de dimension finie de l'algèbre de Hecke cubique, l'algèbre de BMW [5] [22] qui est une déformation plate de l'algèbre de Brauer. Cette algèbre est relativement bien comprise, en particulier sa théorie des représentations. Les traces de Markov qui sont construites à partir des représentations de groupes quantiques ont toutes par essence la propriété de multiplicativité, mais si on regarde attentivement le théorème de Markov pour construire des traces il n'y a pas besoin à priori de le supposer. Cette condition est notamment automatiquement satisfaite pour les traces de Markov sur l'algèbre de Hecke. Le cas cubique est donc le premier où la question se pose et elle s'est posée dans notre première collaboration avec Ivan Marin mais on a poussé l'étude de cette subtilité dans un cas un peu mieux compris, celui de l'algèbre de BMW [18].

Au cours de ce travail on a défini une extension non triviale de l'algèbre de BMW (pour certaines valeurs non géneriques des paramètres). On a aussi construit des extensions pour des spécialisations de l'algèbre de Temperley-Lieb et de l'algèbre de Hecke. On a classifié complètement les traces de Markov sur les algèbres de BMW (sans supposer au préalable qu'elles sont multiplicatives) pour des valeurs génériques des paramètres et retrouvé toutes les traces connues. Dans les cas non génériques où l'extension est non triviale on a construit de nouvelles traces de Markov. On a aussi étudié les premières propriétés de ces nouvelles traces non multiplicatives.

Théorème 3. *[18] Pour certaines valeurs des paramètres, les algèbres de BMW, algèbres de Temperley-Lieb et algèbres de Hecke admettent des extensions centrales non triviales explicites dont on sait classifier les traces (non multiplicatives) de Markov.*

Ce théorème repose en grande partie sur le travail avec Ivan Marin mais la construction de l'une des traces découle d'un travail avec Loic Poulain d'Andecy et Anne-Laure Thiel [9] visant à comprendre les traces de Markov transverses sur les algèbres de BMW et de Hecke. On constuit en particulier une base inductive des algèbres de BMW qui facilite grandement l'étude des traces de Markov. Elle permet aussi par exemple de redémontrer uniquement avec des méthodes algébriques l'existence du polynôme de Kauffman à deux variables. Les tresses qui forment cette base ont la propriété d'être des tresses Mikado [10], ce qui veut dire que l'on peut les défaire en retirant successivement les brins en commençant par le haut (ou le bas).

Théorème 4. *[9] L'algèbre de BMW admet une base formée de tresses Mikado.*

3. **Un peu de catégorification.**

Mon travail de thèse se trouvait au cœur du sujet en plein essor qu'était la catégorification en topologie de petite dimension, mes premières préoccupations de recherches se trouvaient toujours dans ce cadre avant que je ne m'intéresse aux autres projets développés dans les parties précédentes. Je ne développerai pas ici ces premiers travaux mais uniquement deux parmi les plus récents : le premier avec Pedro Vaz [26] et le second avec Agnès Gadbled et Anne-Laure Thiel [13].

Comme déjà mentionné plus haut l'algèbre de BMW, qui est en un sens le quotient cubique le plus simple possible, est relativement bien comprise même si elle l'est bien moins que l'algèbre de Hecke. On ne connait en particulier pas de catégorification satisfaisante de celle-ci. Dans le projet avec Pedro Vaz nous avons explicité un lien entre l'algèbre de BMW (reliée aux types de Lie B, C et D) et certaines algèbres d'écheveaux et certaines algèbres de Schur quantiques (reliées au type de Lie A). Ce lien repose sur une formule dûe à Jaeger reliant le polynôme de HOMFLYPT et le polynôme à deux variables de Kauffman. Cette relation se manifeste en réalité par une règle de branchements entre le type A et les types B,C et D que Pedro Vaz a ensuite étudiée plus avant. Cette relation nous a permis de catégorifier l'algèbre de BMW mais de manière non satisfaisante pour l'instant et nous expliquons maintenant pourquoi. Dans un cadre algébrique, le processus de catégorification permet par exemple de démontrer des théorèmes de positivité et ce type de preuve a même été utilisé bien avant que la catégorification prenne de l'ampleur. C'est comme cela que l'on peut prouver la positivité de la base de Kazhdan-Lusztig de l'algèbre de Hecke grâce aux bimodules de Soergel. La preuve repose en particulier sur le fait que la catégorie de Soergel a la propriété de Krull-Schmidt (l'unique décomposition en facteurs indécomposables). On ne sait pas démontrer que la catégorie que l'on a avec Pedro Vaz a cette propriété, mais on sait qu'elle n'est pas idempotents complète, ce qui est généralement une condition plus forte qui l'implique. Résoudre la question précédente permettrait d'avoir une base avec des constantes de structure positives de l'algèbre de BMW. On reviendra sur cette question dans la partie projet.

Parmi les résultats marquants en catégorification mentionnons la construction par Khovanov et Seidel [16] d'une action catégorique fidèle qui relève la représentation de Burau. Il est d'autre part connu que cette représentation n'est pas fidèle. La preuve de la fidélité est particulièrement frappante et élégante. Elle repose en grande partie sur le fait que le groupe de tresses peut être vu comme un groupe de difféotopie, un groupe fondamental d'espace de configurations, et comme un groupe d'Artin-Tits avec une présentation finie explicite. Il est notable que malgré la construction algébrique relativement sophistiquée, la preuve de la fidélité repose sur un argument topologique. Cette preuve a permis de conclure à la fidélité dans beaucoup d'autres cas comme l'on montré ensuite Seidel-Thomas [25]. Des preuves alternatives utilisant la structure de Garside ont par la suite émergé dans le travail de Brav et Thomas [6]. Dans un travail en commun [13] avec Agnès Gadbled et Anne-Laure Thiel, nous avons construit une action catégorique fidèle pour un autre groupe ayant toutes les descriptions du groupe de tresses usuel : le groupe d'Artin de type B aussi appelé groupe de tresses de l'anneau ou groupes de tresses affines étendu de type A. La subtilité dans ce travail réside dans l'introduction dans le cadre algébrique d'une graduation supplémentaire qui permet d'assurer que le centre du groupe n'agit pas trivialement. Cette action catégorique relève une représentation homologique naturelle en deux variables du groupe d'Artin de type B.

Théorème 5. *[13] Il existe une algèbre de carquois bigraduée A_n et une action catégorique du groupe de tresses affines étendu de type A sur la catégorie homotopique des modules projectifs de type fini sur A_n. Cette action catégorique est fidèle et relève l'action du groupe sur l'homologie d'un revêtement doublement infini cyclique.*

Nous travaillons actuellement sur la partie symplectique de la construction. Notons d'ores et déjà que notre construction fait apparaître une graduation (qui est cruciale pour notre résultat) dont l'interprétation en termes de théorie de Lie n'est pas claire mais que l'on sait déjà interpréter naturellement comme une graduation de lagrangiennes dans le cas symplectique.

4. Beaucoup plus de catégorification

La catégorification des invariants d'entrelacs s'est développée de manière parallèle avec les homologies de Khovanov et les homologies d'Heegaard-Floer. La différence entre les deux types de théories est déjà visible au niveau des invariants d'entrelacs qu'elles catégorifient à savoir le polynôme de Jones (et plus généralement les invariants quantiques) et le polynôme d'Alexander (et plus généralement la torsion de Reidemeister). La construction du premier est de nature combinatoire et algébrique alors que celle du second est de nature géométrique et topologique. La vitalité de leur catégorification et des homologies d'entrelacs repose en particulier sur l'interaction entre les deux à travers des suites spectrales (démontrées ou conjecturées), outils qui n'existent pas au niveau des décatégorifications.

Les ramifications des théories d'Heegaard-Floer sont très nombreuses et on ne développera pas plus avant ici. La force de l'homologie de Khovanov repose quant à elle sur la simplicité de sa définition, ainsi que sur son caractère combinatoire et graphique. Une certaine $(1+1)$-TQFT joue un rôle important dans la construction. Rappelons qu'une $(1+1)$-TQFT est la donnée d'une algèbre de Frobenius (une algèbre munie d'une forme bilinéaire non dégénérée) et qu'on retrouve ce genre de structure de manière fréquente. Les anneaux de cohomologie des variétés complexes lisses ont des structures d'algèbre de Frobenius et celle utilisée par Khovanov n'est rien d'autre que la cohomologie de la droite projective.

La catégorification des invariants quantiques d'entrelacs a connu par la suite de vastes développements. Ceux-ci ont en particulier mis en avant les interactions avec d'autres domaines comme la géométrie algébrique, la géométrie symplectique, la théorie de Lie et la théorie géométrique des représentations, la physique mathématique,etc...

La catégorification des invariants quantiques d'entrelacs a finalement été complétée par Webster, mais celle-ci n'a plus entièrement la simplicité de la construction originelle de Khovanov. C'est d'ailleurs le cas de beaucoup des autres catégorifications d'invariants quantiques.

Le but du travail avec Louis-Hadrien Robert était de retrouver cette simplicité dans le cas des invariants quantiques construits à partir des puissances extérieures de la représentation vectorielle du groupe quantique $\mathcal{U}_q(\mathfrak{sl}_n)$. La construction n'est pas seulement esthétique et élémentaire mais elle permet aussi d'aborder par un autre angle la catégorification des invariants quantiques des variétés de dimension trois, en commençant par une meilleure catégorification des invariants quantiques d'entrelacs construits à partir des puissances symétriques de la représentation vectorielle du groupe quantique $\mathcal{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ et des idempotents de Jones-Wenzl. Ces idempotents sont en effet centraux dans les constructions d'invariants de trois variétés de Reshetikhin et Turaev.

Le premier résultat principal obtenu avec Louis-Hadrien Robert est la construction d'une TQFT trivalente: on associe à chaque graphe trivalent planaire un module libre de rang fini sur $\mathbb{Z}[X_1,\ldots,X_N]$ et à chaque mousse bordant deux graphes (c'est une surface branchée dont le produit cartésien d'un cercle et d'un graphe est un exemple typique de mousse fermée) un morphisme entre les modules correspondants.

La construction repose sur un procédé universel dû à Blanchet-Habegger-Masbaum et Vogel et sur une formule explicite pour l'évaluation des mousses fermées.

Théorème 6. *[23] Pour toute mousse fermée F, il existe une évaluation $\langle F\rangle_N \in \mathbb{Z}[X_1,\ldots,X_N]^{\mathfrak{S}_N}$ satisfaisant des relations locales qui catégorifient les relations de MOY. Cette évaluation permet de construire une TQFT trivalente.*

La difficulté dans ce travail a résidé dans l'obtention de la formule elle-même mais aussi dans la démonstration qu'elle avait toutes les propriétés requises pour obtenir la catégorification des invariants de Reshetikhin-Turaev associés aux puissances extérieures de la représentation vectorielle du groupe quantique $\mathcal{U}_q(\mathfrak{sl}_n)$. Les graphes trivalents décrivent dans ce cadre des morphismes entre les puissances extérieures et les relations de MOY sont la reformulation graphique d'identités satisfaites par ces morphismes et notre travail peut être interprété comme une catégorification de ce calcul graphique.

Une des conséquences intéressantes de ce travail est le résultat suivant:

Théorème 7. *[23] Pour toute toile MOY avec un axe de symétrie, l'espace vectoriel $V(\Gamma)$ associée par la TQFT trivalente est une algèbre de Frobenius dont on peut calculer explicitement les constantes de structures.*
Si Γ est un cercle étiqueté k alors $V(\Gamma)$ est isomorphe à la cohomologie des Grasmaniennes des k plans dans $\mathbb{C}^N$.

Ce théorème amène naturellement à se demander qui sont les variétés sous-jacentes à des graphes plus compliqués et si leur cohomologie coïncide toujours avec notre construction. C'est une question que nous étudions actuellement avec Louis-Hadrien Robert. Celle-ci est en lien direct avec un espace de module construit par Lobb et Zentner. Cet espace nous semble être le bon candidat mais il nous apparait que la cohomologie usuelle n'est plus adéquate et qu'il faut envisager de travailler avec la cohomologie d'intersection (Lobb et Zentner travaille avec la cohomologie usuelle).

Après avoir travailler sur la catégorification des invariants correspondants aux puissances extérieures de la représentation standard, nous avons naturellement étudier le cas des puissances symétriques. Les puissances symétriques sont en particulier importantes car elles sont suffisantes dans le cas $N = 2$ pour construire les invariants de trois-variétés.

Le calcul graphique dans le cas symétrique est très similaire à celui dans le cas extérieur ce qui permet d'utiliser comme support technique la formule développée dans le cas extérieur. On obtient en particulier le résultat suivant:

Théorème 8. *[24] Il existe une catégorification équivariante du polynôme de Jones colorié (et plus généralement des invariants de Reshetikhin-Turaev associés aux puissances symétriques de la représentation standard de sl_N)) telle que l'homologie associée au nœud trivial soit de dimension finie.*

Les points les plus importants de cette construction sont son caractère équivariant et le fait que les homologies construites soient de dimension finie. Le preuve de l'invariance se développe autour d'une compréhension en termes de mousses des bimodules de Soergel que nous prévoyons d'approffondir. On construit aussi une suite spectrale de l'homologie triplement de Khovanov-Rozansky vers ces homologies que l'on appelle homologie de Khovanov-Rozansky symétrique. Une autre conséquence intéressante de la construction est une certaine naturalité dans le sens qu'elle est naturellement fonctorielle pour les cobordismes de type tresse, grâce aux travaux de Ehrig-Tubbenhauer-Wedrich dans le cas extérieur.

Une autre propriété remarquable est que par exemple dans le cas symétrique non colorié et $N = 2$ on obtient une catégorification du polyn ôme de Jones différente de l'homologie de Khovanov. De manière encore plus surprenante dans le cas $N = 1$ on obtient une théorie homologique non trivaile catégorifiant un invariant polynômial trivial qui vaut toujours 1.

Publications

B. Audoux, P. Bellingeri, J.-B. Meilhan, and E. Wagner. Extensions of some classical local moves. to appear in Mich. Math. J, 2017.

B. Audoux, P. Bellingeri, J.-B. Meilhan, and E. Wagner. Homotopy classification of ribbon tubes and welded string links. *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5)*, 17(2):713–761, 2017.

B. Audoux, P. Bellingeri, J.-B. Meilhan, and E. Wagner. On usual, virtual and welded knotted objects up to homotopy. *J. Math. Soc. Japan*, 69(3):1079–1097, 2017.

B. Audoux, J.-B. Meilhan, and E. Wagner. On codimension two embeddings up to link-homotopy,. *J. Top.*, 10(4):1107–1123, 2017.

J. Birman and H. Wenzl. Braids, link polynomials and a new algebra. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 313:249–273, 1989.

C. Brav and H. Thomas. Braid groups and Kleinian singularities. *Math. Ann.*, 351(4):1005–1017, 2011.

M. Broué, G. Malle, and R. Rouquier. Complex reflection groups, braid groups, Hecke algebras. *J. Reine Angew. Math.*, 500:127–190, 1998.

G. Burde and H. Zieschang. *Knots*, volume 5 of *de Gruyter Studies in Mathematics*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, second edition, 2003.

L. P. d'Andecy, A-L.Thiel, and E. Wagner. Inductive basis on birman-murakami-wenzl algebras and (transverse) markov traces. arXiv:1711.08670.

F. Digne and T. Gobet. Dual braid monoids, Mikado braids and positivity in Hecke algebras. *Math. Z.*, 285(1-2):215–238, 2017.

M. Eisermann. The Jones polynomial of ribbon links. *Geom. Topol.*, 13:623–660, 2009.

P. Freyd, D. Yetter, J. Hoste, W. Lickorish, K. Millett, and A. Ocneanu. A new polynomial invariant of knots and links. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)*, 12(2):239–246, 1985.

A. Gadbled, A.-L. Thiel, and E. Wagner. Categorical action of the extended braid group of affine type A. *Commun. Contemp. Math.*, 19(3):1650024, 39, 2017.

N. Habegger and X.-S. Lin. The classification of links up to link-homotopy. *J. Amer. Math. Soc.*, 3:389–419, 1990.

V. Jones. A polynomial invariant for knots via von Neumann algebras. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)*, 12(1):103–111, 1985.

T. Kanenobu and A. Shima. Two filtrations of ribbon 2-knots. In *Proceedings of the First Joint Japan-Mexico Meeting in Topology (Morelia, 1999)*, volume 121, pages 143–168, 2002.

J. Links and M. Gould. Two variable link polynomials from quantum supergroups. *Lett. Math. Physics*, 26:187–198, 1992.

I. Marin and E. Wagner. Markov traces on the Birman-Wenzl-Murakami algebras. arXiv:1403.4021.

I. Marin and E. Wagner. A cubic defining algebra for the links-gould polynomial. *Advances in Math.*, 248:1332–1365, 2013.

J. Milnor. Link groups. *Ann. of Math. (2)*, 59:177–195, 1954.

D. Moussard and E. Wagner. Fox-milnor condition and alexander polynomials of embedded spheres. in preparation, 2018.

J. Murakami. The Kauffman polynomial of links and representation theory. *Osaka J. Math.*, 24:745–758, 1987.

L.-H. Robert and E. Wagner. A closed formula for the evaluation of sl_n-foams. arXiv:1702.04140.

L.-H. Robert and E. Wagner. Symmetric khovanov–rozansky link homologies. arXiv:1801.02244.

P. Seidel and R. Thomas. Braid group actions on derived categories of coherent sheaves. *Duke Math. J.*, 108(1):37–108, 2001.

P. Vaz and E. Wagner. A remark on BMW algebra, q-Schur algebras and categorification. *Canad. J. Math.*, 66(2):453–480, 2014.